تحليل القباب الكروية المتعامدة الخواص ذات إسناد تابت باستخدام نظرية العناصر المحددة المختلطة (دراسة بارومترية)

م. صبحيه سعد عبدالله *[1'], أ. د.صالح يحي الباروني[2]

1– جامعة جفارة ،كلية الهندسة العزيزيه– ليبيا,الأكاديمية الليبية ، 2– مدرسة العلوم التطبيقية والهندسية ، قسم الهندسة المدنية والعمارة ،جنزور– ليبيا

* بريد إلكتروني howida.saad77@gmail.com , بريد إلكتروني saleh.barony@academy.edu.ly

Abstract

In this research , the variable thickness and orthogonal properties spherical domes were analyzed by using the theory of mixed finite elements of fixed bearing structure under the influence of symmetric loads by using 24 elements and based on barometric studies of a number of orthogonal properties (Eϕ/Eθ) , Bosson ratio(μ) and the change in thickness of dome (α). Where the results were classified in the tables of bending moments (Mϕ) , vertical displacement (Uz) and axial forces (Nθ) , which were modified into curves of facilitate analysis and evaluate the behavior of the cortical cortex under the barometric variables.

الملخص

في هذا البحث تم تحليل القباب الكروية المتغيرة السمك والمتعامدة الخواص باستخدام نظرية العناصر المحددة المختلطة لقباب بإسناد تابت تحت تأثير الأحمال المتماثلة محورياً وباستخدام عدد24عنصراً ،ومبنية علي دراسات بارومترية لعدد من نسب الخواص المتعامدة Eϕ/Eθ ونسب بواسان μ والتغير في السمك للقبة α. حيث تم تبويب النتائج في جداول لعزوم الانحناء Mϕ والإزاحة الراسية Uz والقوي المحورية Nθ التي تم تحويرها إلى منحنيات ليسهل تحليلها وتقييم سلوك القشرية القبية في ظل المتغيرات البارومترية.

1– المقدمة

تعتبر القباب الكروية من المنشآت القشرية التي غالبا ما تكون من الخرسانة المسلحة الأكثر استخداما لصفاتها الإنشائية والمعمارية الممتازة.

ويستخدم هذا النوع من القباب في تطبيقات هندسية عديدة كتكوين الهيكل الإنشائي المقاوم لأحمال في عدد كبير من الإنشاءات العامة و الصناعية مثل ورش الطائرات و الصالات الرياضية و صالات المعارض و المصانع وقبة الحماية في المفاعلات النووية ومحطات الأنفاق وغيرها **[1]** .

وقد ظهرت مؤخراً طريقة العناصر المحددة المختلطة كامتداد لطريقة العناصر المحددة بطريقة الجسوءة وقد ثبت نجاحها نظرا لقدرتها على إيجاد حلول رياضية صحيحة لمعظم المسائل الهندسية والتي تكون القاعدة الأساسية للتحليل والتصميم فيها تعتمد علي استخدام مواد غير متجانسة.

يتناول هذا البحث تحليل القباب الكروية متغيرة السمك ومتعامدة الخواص ببرنامج الفورتران للتحليل باستعمال نظرية العناصر المحددة المختلطة وباستخدام العنصر الحلقي المنحني **[2]** لإيجاد متطلبات التصميم الأساسية مبنية على متغيرات بارومترية لعدد من نسب الخواص المتعامدة وعدد من التغير في السمك وعدد من نسب بواسان.

2– الجانب العلمي والمنهجية

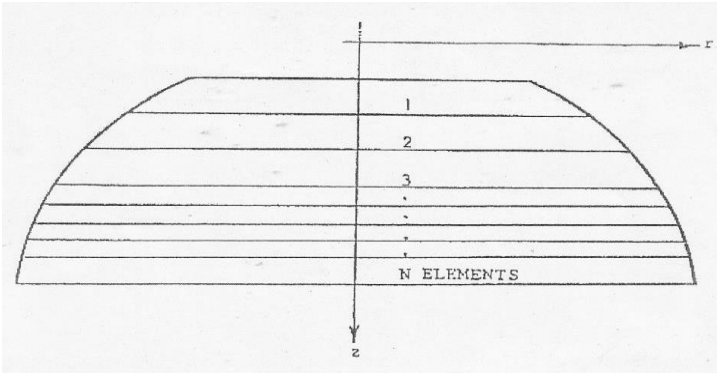
2–1 طريقة العناصر المحددة المختلطة

تعتبر هذه الطريقة من طرق التحليل العددي الرئيسية و تمثل امتدادا لطرق المصفوفات في التحليل الإنشائي حيث ساهم (Argyris)**[3]** و (Turner) **[4]** في وضع أسس التحليل الإنشائي باستخدام طرق المصفوفات والتي تطورت لتشمل حل للمنشات المستمرة **[5]**.

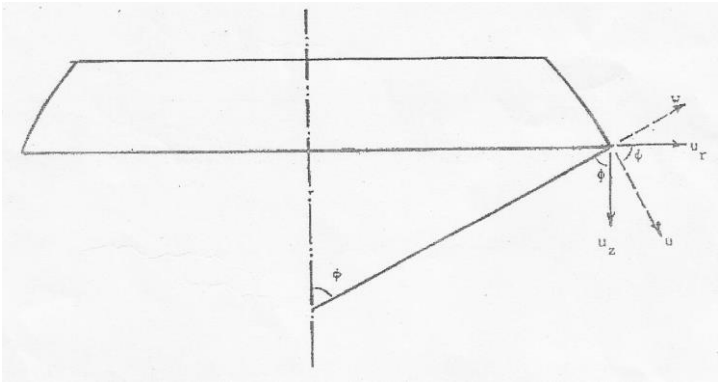
المعادلة الآتية تعطى تغير الدوال المختلطة للمنشات حيث تم تطويرها للاستخدام في تحليل القشريات كان في البداية بواسطة اليأس **[6]** وتم بواسطة الباروني **[2]** :

$$\pi = \int_{S_0}^{S_1} \left(w_{u\varepsilon} - w_{\sigma M} - w_{\sigma s} + w_{\gamma s} + w_u\right) rds + r\psi\Big|_{S_0}^{S_1}$$

ويتم في نظرية العناصر المحددة المختلطة تقسيم القشرية إلى مجموعة من العناصر كما مبين في الشكل (1) ، أما الشكل (2) يوضح مكونات إزاحة العناصر العقدية (w , u) والشاملة (u_z, u_r).

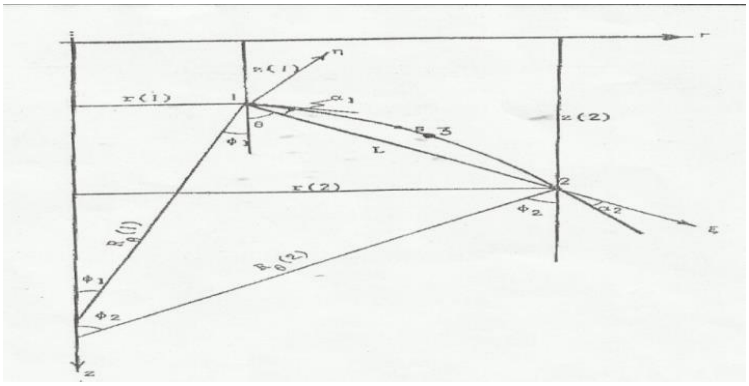


شكل (1): تقسيم القبة الكروية لمجموعة عناصر



شكل(2) : مكونات إزاحة العنصر العقدية

ويكون منحني بديل يستعمل لكل عنصر لتمثيل المنحني الطولي كما مبين بالشكل (3).



شكل(3): هندسة العنصر

2-2 المعطيات ومتغيرات التحليل

تعتبر القباب الكروية نوع محدد من القشريات الدورانية ويكثر تصميمها وتنفيذها في كثير من المنشآت و بالذات المساجد ، وفي حالة تنفيذها من الخرسانة المسلحة فأن نصف قطرها يكون كبيراً، فإنه يستحسن تنفيذها بسمك متغير مع إمكانية تغير خواص المادة من متجانسة إلى متعامدة بهدف معرفة سلوك الإزاحة (Uz) والعزم (Mϕ) والقوه المحورية (Nθ) وتغير مكانها من الضغط إلي الشد وذلك بالنسبة لقشرية قبببه نصف كروية مثبتة عند القاعدة بإسناد تابت**[7]** . علما بأن الدراسة البارومترية في حالة التغير في السمك قد تم دراستها في دراسة سابقة **[8]**.

القبة الكروية التي تم دراستها عبارة عن نصف كرة كاملة بوزن ذاتي كثافته تساوي $24KN/m^3$ ونصف قطر يساوي 10m و بمتغيرات بارومترية وهي:-

- نسب الخواص المتعامدة Eϕ/Eθ (0.25 ، 0.5 ، 0.75 ،1 ، 1.5 ،2 ، 2.5)
- نسبة بواسانμ (0.00 ، 0.10 ، 0.25 ، 0.3)
- التغير في السمك α (0.01 ، 0.02 ، 0.03)
- التغير في السمك عند قمة القبةh (0.1m ، 0.15m ، 0.2m)

وباستخدام نظرية العناصر المحددة المختلطة تم تقسيم القبة الكروية إلي مجموعة من العناصر تصل إلي 24عنصراً

باستخدام عنصر منحني من ثلاث عقد ليمثل كميات الإزاحات(U_r ، U_z) وكميات العزوم (M_ϕ ، M_θ) للمنشأ.

3-تحليل النتائج ومناقشتها

من منحنيات عزوم الانحناء (Mϕ) ومنحنيات الإزاحة الرأسية (Uz) ومنحنيات القوي المحورية (Nθ) المتحصل عليها من تحليل القباب الكروية ذات إسناد تابت عند القاعدة يمكن ملاحظة ما يلى :

لوحظ من منحنيات العزوم والإزاحة أنه عند التغير في نسب بواسان (μ) فإن تأثير نسب بواسان علي منحنيات عزوم الانحناء (Mϕ) ومنحنيات الإزاحة الراسية (Uz) قليل لذلك تم إهماله ، وعليه تم اختيار (μ=0.25) كمتغير ثابت لنسب بواسان لمنحنيات العزوم والإزاحة, ، ولكونها قيمة وسطية لنسب بواسان.

3-1 عزوم الانحناء (Mϕ)

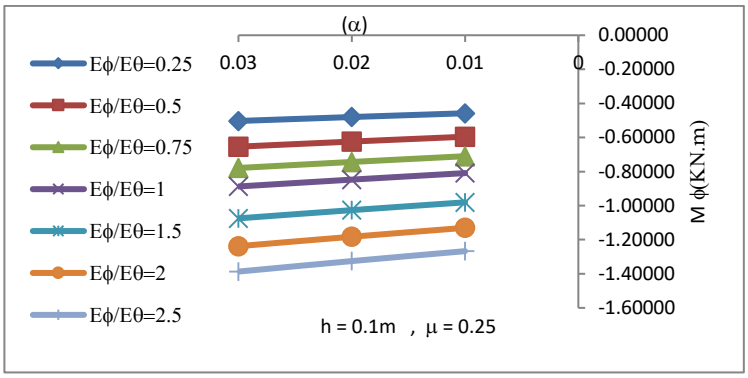
الجدول رقم (1) يعطى القيم العليا لعزوم الانحناء (Mϕ) لكل متغيرات الدراسة البارومترية وعند تحويلها إلى منحنيات فإنه يمكن استنتاج ما يلى:

جدول (1): القيم العليا لعزوم الانحناء عند القاعدة (Mϕ)

h=0.2m			h=0.15m			h=0.1m			Eϕ/Eθ
α=0.03	α=0.02	α=0.01	α=0.03	α=0.02	α=0.01	α=0.03	α=0.02	α=0.01	
-1.90260	-1.81790	-1.73600	-1.09870	-1.04900	-1.00110	-0.50320	-0.48001	-0.45799	0.25
-2.45870	-2.35030	-2.24540	-1.42340	-1.35960	-1.29800	-0.65401	-0.62408	-0.59565	0.5
-2.91320	-2.78590	-2.66280	-1.69070	-1.61550	-1.54290	-0.77911	-0.74367	-0.70999	0.75
-3.30330	-3.16000	-3.02130	-1.92120	-1.83630	-1.75430	-0.88759	-0.84733	-0.80919	1
-3.96770	-3.79790	-3.63350	-2.31610	-2.21500	-2.11720	-1.07460	-1.02640	-0.98051	1.5
-4.53930	-4.34730	-4.16120	-2.65840	-2.54350	-2.43200	-1.23790	-1.18260	-1.13020	2
-5.05450	-4.84300	-4.63800	-2.96880	-2.84170	-2.71820	-1.38700	-1.32540	-1.26710	2.5

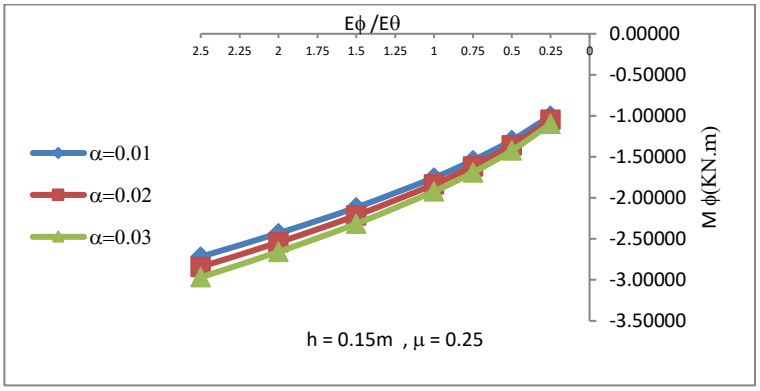
- القيم العليا لعزوم الانحناء في حالة الإسناد التابت تكون عند المسند وبإشارة سالبة .
- تتزايد القيم العليا لعزوم الانحناء في الاتجاه القطري(Mϕ) بزيادة نسب الخواص المتعامدة ، وذلك بسبب زيادة قيم معامل المرونة (Eϕ) في الاتجاه القطري التي بزيادتها تزداد قيم العزوم ، ولوحظ أن قيم العزوم العليا تزداد بزيادة التغير في السمك لكن علاقتها مع التغير في الخواص المتعامدة بشكل منتظم حول الخواص التماثلية

(Eϕ/Eθ =1) كما في الشكل (4) .علما بأن التغير في السمك عند قمة القشرية يتبع نفس النمطية التي في الشكل (4).



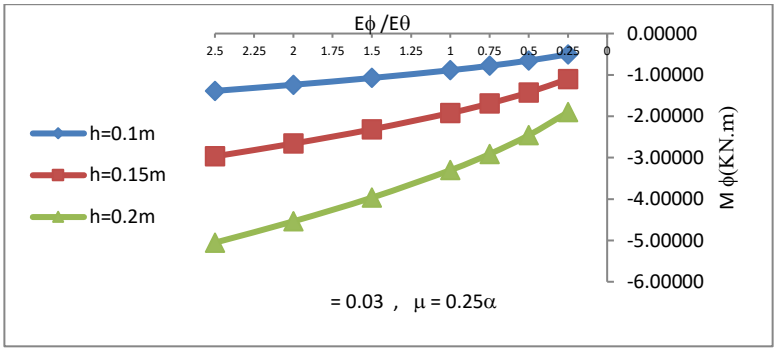
شكل (4) : منحنى القيم العليا للعزوم (Mϕ)عند التغير في نسب الخواص المتعامدة عندما (h=0.1m)

- تتزايد قيم عزوم الانحناء (Mϕ) بزيادة نسب التغير في السمك(α) ،حيث إن التغير في السمك للقبه يؤدي إلي زيادة وزن العنصر، وبزيادة الوزن تزداد قيم عزوم الانحناء للقبه ، والقيم العليا لعزوم الانحناء تزداد بشكل أوضح مع الزيادة في الخواص المتعامدة ومتقاربة مع بعضها عند التغير في السمك كما في الشكل (5).



شكل (5): منحنى القيم العليا للعزوم (Mϕ)عند التغير في السمك عندما (h=0.15 m)

- التغير في سمك قمة القبة مع التغير في السمك على كامل القبة يؤثر بشكل واضح في سلوك القيم العليا لعزوم الانحناء وبالذات عند القيم الكبيرة في نسبة الخواص المتعامدة وهذا واضح من أن القشرية يؤثر فيها سمك القشرية كما في الشكل (6) .
-



شكل (6): منحنى القيم العليا للعزوم (Mϕ)عند التغير في السمك لقمة القبة عندما (α=0.03 m)

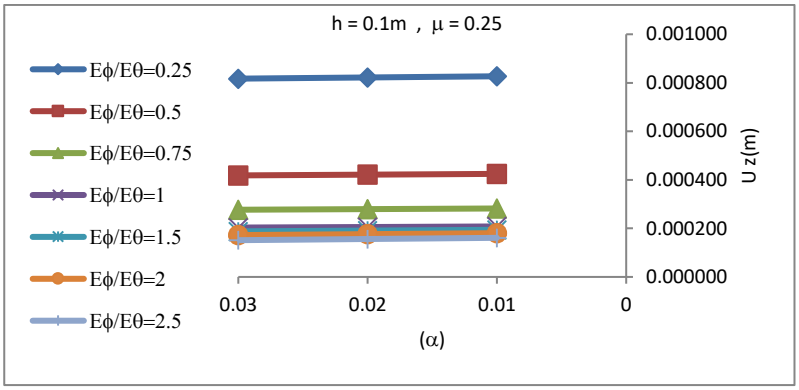
3-2 الإزاحة الرأسية (Uz)

الجدول رقم (2) يعطى القيم العليا للإزاحة الرأسية (Uz) مع التغير في قيم محددات الدراسة وعند تحويلها إلي منحنيات فإنه يمكن استنتاج ما يلى :

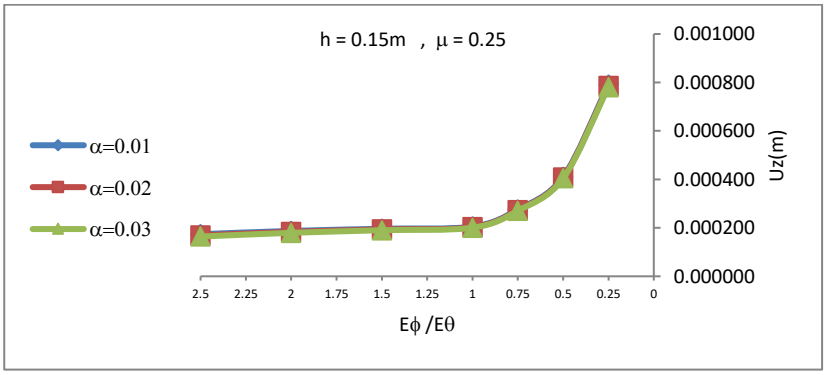
جدول (2) القيم العليا للإزاحة الراسية (Uz)

h=0.2m			h=0.15m			h=0.1m			Eϕ/Eθ
α=0.03	α=0.02	α=0.01	α=0.03	α=0.02	α=0.01	α=0.03	α=0.02	α=0.01	
0.000754	0.000759	0.000764	0.000781	0.000785	0.000790	0.000817	0.000822	0.000827	0.25
0.000394	0.000397	0.000401	0.000405	0.000408	0.000411	0.000418	0.000421	0.000425	0.5
0.000266	0.000268	0.000271	0.000270	0.000273	0.000276	0.000277	0.000279	0.000282	0.75
0.000199	0.000201	0.000203	0.000201	0.000203	0.000205	0.000203	0.000206	0.000208	1
0.000191	0.000194	0.000197	0.000190	0.000193	0.000196	0.000188	0.000191	0.000194	1.5
0.000184	0.000188	0.000192	0.000179	0.000183	0.000187	0.000172	0.000176	0.000180	2
0.000172	0.000177	0.000182	0.000164	0.000169	0.000174	0.000151	0.000156	0.000161	2.5

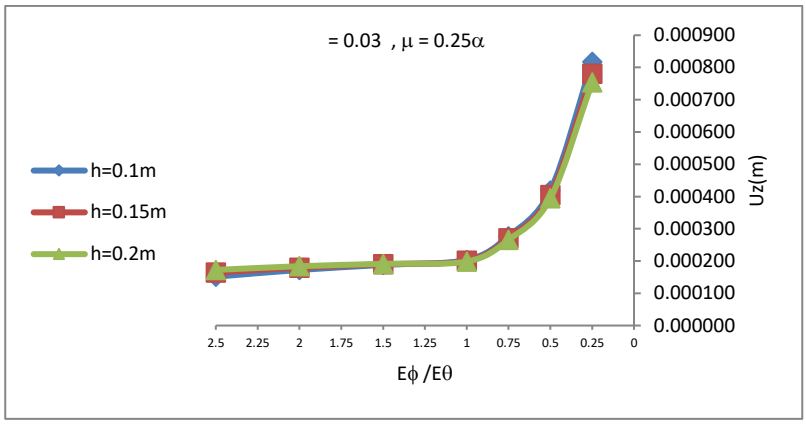
بمعاينة المنحنيات التي تمثل القيم العليا للإزاحة الرأسية نجد أنها لا تتأثر بتغير سمك القشرية لكنها تتأثر بشكل واضح بتغير نسب الخواص المتعامدة وبالذات عندما تقل نسبة (Eϕ/Eθ) أي في الجانب الأخر من (Eϕ/Eθ<1) أي أن تأثير المقاومة المحيطية بدأ يظهر.كما في الشكل (7) وكذلك في الشكل(8) و الشكل (9) حيث يظهر جلياً تأثير تغير الخواص المتعامدة .



شكل(7) : منحنى القيم العليا للإزاحة (Uz)عند التغير في نسب الخواص المتعامدة عندما (h=0.1m)



شكل(8) : منحنى القيم العليا للإزاحة (Uz)عند التغير في السمك عندما (h=0.15 m)



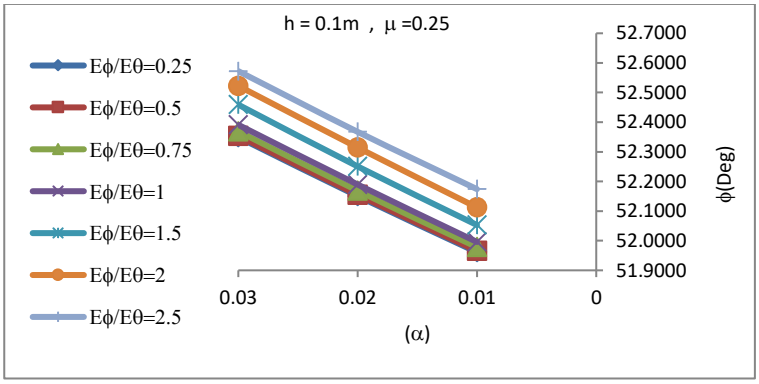
شكل (9): منحنى القيم العليا للإزاحة (Uz)عند التغير في السمك لقمة القبة عندما (α=0.03 m)

3-3 الزاوية (ϕ)التي تكون فيها القوي المحورية المحيطية تساوي صفراً

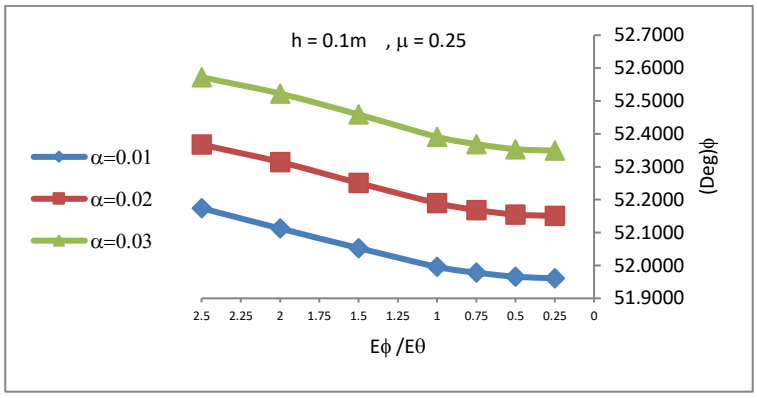
- تتزايد قيمة الزاوية (ϕ)التي يتغير عندها وضع القوي المحورية المحيطية من قوي ضغط إلي قوي شد بزيادة التغير في السمك ومتقاربة من بعضها عند التغير في الخواص المتعامدة .كما بالشكل(10).

- تتزايد قيمة الزاوية (ϕ)التي يتغير عندها وضع القوي المحورية المحيطية من قوي ضغط إلي قوي شد بزيادة الخواص المتعامدة وبشكل منتظم عند التغير في السمك كما في الشكل(11) لكنها لا تتبع نفس نمطية السلوك عند التغير في سمك قمة القبة.

ولوحظ عندما كان السمك عند قمة القشرية (h=0.3 m) ونسب الخواص المتعامدة (Eϕ/Eθ>1) تقاربت قيم الزاوية(ϕ)التي تكون فيها القوي المحورية تساوي صفر من قيمة الزاوية (ϕ)التي تكون فيها القوي المحورية تساوي صفر في القبة الكروية المتجانسة التي تساوي ($51^{\circ}50^{-}$).حيث أنه كلما زاد السمك عند القمة كلما اقتربت الزاوية (ϕ) التي يحدث عندها تغير الوضع من قيمة الزاوية (ϕ) عندما تكون القباب متجانسة .



شكل (10): منحنى لقيم الزاوية (ϕ)التي تكون فيها القوي المحورية تساوي صفر عند التغير في نسب الخواص المتعامدة عندما(h= 0.1m)



شكل(11):منحنى لقيم الزاوية(ϕ)التي تكون فيها القوي المحورية تساوي صفرعند التغير في السمك عندما(h=0.1 m)

4 – الخاتمة والتوصيات

4-1 الخاتمة

من خلال دراسة وعرض ومناقشة ما تم التوصل إليه من نتائج يمكن استخلاص أن نظرية العناصر المحددة المختلطة والمعدة خصيصاً لتحليل القشريات الدورانية تعطي نتائج دقيقة في تحليل القباب الكروية متغيرة السمك والخواص المتعامدة ذات إسناد تابت عند القاعدة ، وتم توسيع هذه الدراسة لتشمل عدة بارامترات متمثلة في عدد من نسب بواسان وعدد من نسب الخواص المتعامدة وعدد من قيم التغير في السمك بالإضافة إلي تغير قيم السمك عند قمة القبة، حيث ساعد هذا النوع من الدراسات البارومترية على معرفة سلوك هذه القباب عن طريق تقييم المنحنيات التي تعتبر الأساس في التصميم التمهيدى لها ومن نتائج الدراسة يمكن استخلاص الأتي :

أ- تتغير قيمة العزوم القصوى مع التغير في الخواص المتعامدة بنسبة تتراوح بين(2.67- 2.75) مع التغير في السمك عند قمة القبة وتكون نسبة التغير للقيم العليا للعزوم ثابتة بالنسبة للسمك الواحد عند القمة مع التغير في السمك (α) فمثلا عند السمك (h=0.1m) تكون نسبة تغير قيم العزوم القصوى ثابتة لكل تغير في السمك (α)(0.01 , 0.02 , 0.03) تساوي 2.75 .

ب- تتغير قيمة الإزاحة القصوى مع التغير في الخواص المتعامدة بنسبة تتراوح بين (0.18 -0.23) مع التغير في السمك عند قمة القبة وتكون نسبة التغير للقيم العليا للعزوم ثابتة بالنسبة للسمك الواحد عند القمة مع التغير في السمك(α)

فمثلا عند السمك (h =0.1m) تكون نسبة تغير قيم العزوم القصوى ثابتة لكل تغير في السمك (α) (0.01، 0.02 ، 0.03) تساوي 0.18

4-2 التوصيات

من خلال دراستنا لهذا البحث نوصي بالاتي:-

1- دراسة القباب الكروية متغيرة السمك ومتعامدة الخواص خاضعة لأحمال غير متناظرة وبشروط حدودية مختلفة وبزاوية قطرية أقل من 90° أي أقل من نصف كروية .

2- تطوير البرنامج الحالي لنظرية العناصر المحددة المختلطة بحيث يتم التعامل معه علي لغات كمبيوتر أخري مثل (Jahav , Quit Basic , C^{++}) .

المراجـــــــــــع

Pal , Gsonka, " Theory and Practice of Memberane Shells" [1] AkademiaiKiado, Budapest , 1987 .

Barony , S.Y., and H.Tottenham , " The analysis of Rotational Shells [2] using Ring Element and Mixed Variatiaonal Formulation, Int.J. . Num. Method in Eng. Vol 10 , 1976.

Argyris ,J . H., Kelesey, S., " Energy Theorems andStructural [3]

Analysis ", Butterworths , London , (1960).

Turner , M. J., Cough , R. W., Martin ,H.C. and Topp, L.J., " Stiffness [4]

and Deflection Analysis of Complex Structures" Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 23, No. 9, (1956).

[5] صالح الباروني, كريمة الغويل., " تحليل الصفائح الدائرية متعامدة الخواص باستخدام نظرية العناصر المحددة

المختلطة". ,مجلة الأكاديمية للعلوم الأساسية والتطبيقية ., العدد 9,. أكتوبر 2010.

Elias , Z. M., " Mixed Finite Element Methods for Axisymmetric Shells ", [6] Int . J. Num . Meth . Eng .Vol . 4,1972.

[7] الباروني ، صبحية سعد ، " دراسة السلوك الإنشائي للقباب الكروية متغيرة السمك والخواص المتعامدة " رسالة

ماجستير ، الاكاديمية الليبية –جنزور،2015.

ElarabiAbulgasem , M. SC .Thesis , "Analysis of Spherical Domes with [8] Varible Thickness (A comparative Study)", Supervised by Prcf .S .Y .Barony, Al - Fateh University , Tripoli – Libya, Fall 2001 .